

## CONCOURS G2E

## PHYSIQUE

Durée : 3 heures 30

Les calculatrices programmables et alphanumériques sont autorisées. Les téléphones portables et autres "smartphones" doivent être éteints au cours de l'épreuve et ne doivent en aucun cas être utilisés même à titre de montre.

**La rédaction se fera uniquement à l'encre bleue ou noire et l'utilisation du blanc correcteur est interdite.**

L'usage de tout ouvrage de référence et de tout document est strictement interdit.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il en fait mention dans sa copie et poursuit sa composition. Dans ce cas, il indique clairement la raison des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.

Une grande attention sera apportée à la clarté de la rédaction et à la présentation des différents schémas.

Dans ce sujet, nous nous intéressons à des problèmes physiques liés à l'habitat, depuis sa construction jusqu'aux travaux d'aménagement. Après avoir étudié le mouvement d'un sac de sable lors d'une chute (partie A), nous nous intéressons à l'isolation par double vitrage (partie B), puis à l'étude d'une pompe à chaleur (partie C). La partie D traite du rendement d'une éolienne alors que la partie E étudie une fibre optique. Un capteur de présence ultrasonore est présenté dans la partie F, et enfin, la partie G est consacrée à l'écoulement de peinture sur un mur. Les parties sont indépendantes.

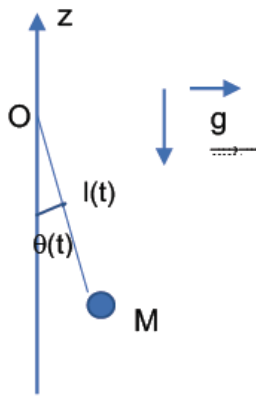
## A. ASCENSION ET CHUTE D'UN SAC DE SABLE

Une grue soulève verticalement un sac de sable de masse  $m = 200$  kg sur une hauteur  $h = 10$  m. On néglige les frottements de l'air et on choisira un axe vertical ( $Oz$ ) ascendant, l'origine  $O$  étant au niveau du sol. On donne l'accélération de la pesanteur  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ .

1. Calculer le travail du poids au cours de l'ascension et commenter son signe.
2. Arrivé à la hauteur  $h$ , le câble de la grue se rompt. Le sac tombe alors en chute libre avec une vitesse initiale supposée nulle. A l'aide du théorème de l'énergie cinétique, déterminer la vitesse  $v_0$  du sac assimilé à un point matériel juste avant que celui-ci touche le sol. Faire l'application numérique.
3. Déterminer la loi horaire de la vitesse  $v(t)$  du sac et en déduire l'expression de la durée de la chute libre puis sa valeur numérique.

## B. MOUVEMENT PENDULAIRE d'un sac de sable

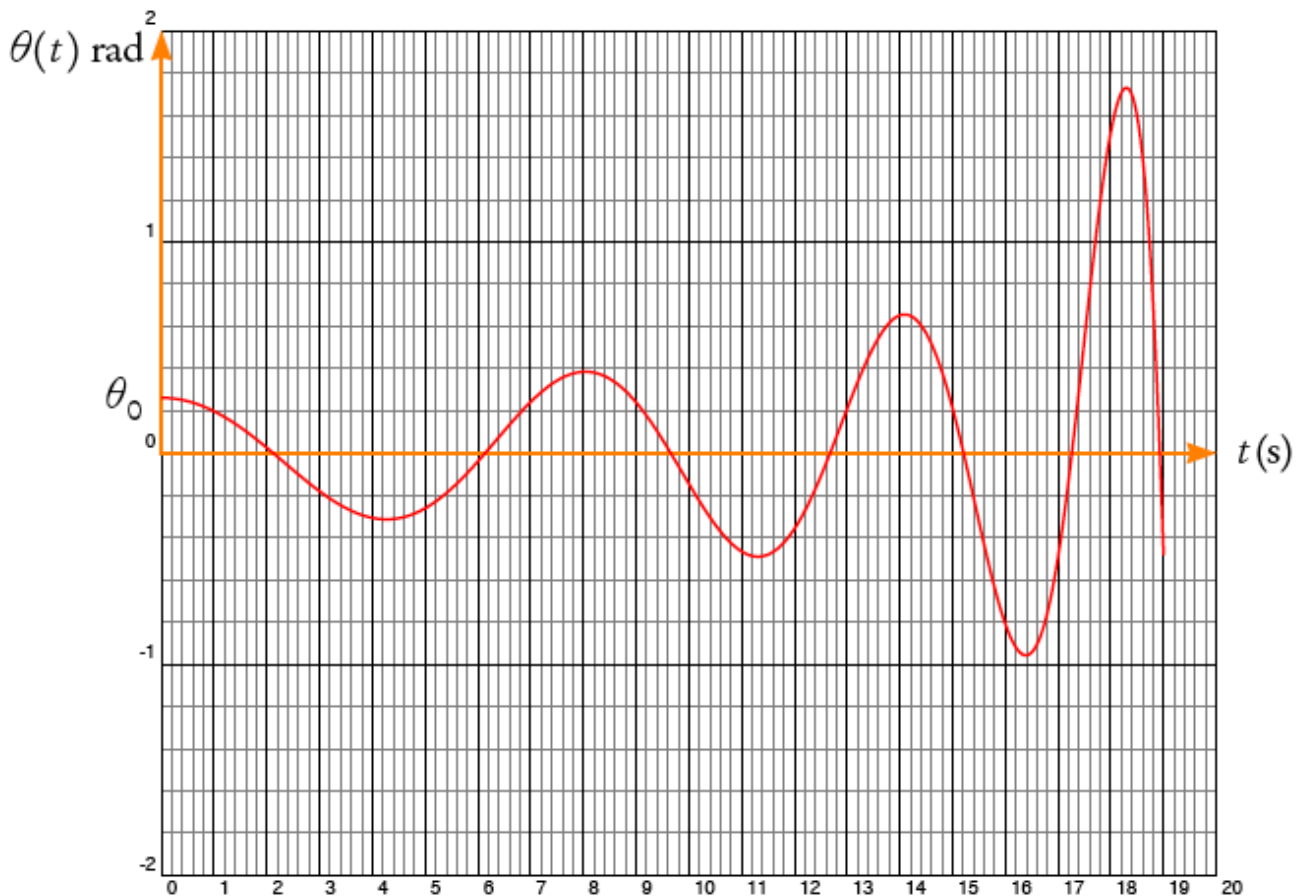
Un sac de sable de masse  $m = 200$  kg utilisé pour la construction de la maison, assimilé à un point matériel  $M$ , est déplacé par une grue grâce à un treuil (voir schéma ci-dessous). On néglige la masse du câble et les frottements de l'air et on suppose que le système se comporte comme un pendule simple de longueur variable, le câble étant enroulé sur le treuil à vitesse constante. La longueur  $\ell$  du câble varie selon l'équation horaire :  $\ell(t) = \ell_0 + kt$ .  $k < 0$  correspond au cas où le sac remonte,  $k > 0$  correspond au cas où le sac descend. On se place dans une base polaire d'origine  $O$  et de vecteurs mobiles  $\vec{e}_r$  et  $\vec{e}_\theta$ . On souhaite établir l'équation différentielle vérifiée par  $\theta(t)$  et commenter la solution obtenue par analyse numérique.



4. Donner les expressions des vecteurs position, vitesse et accélération dans la base choisie en fonction de  $k$ ,  $l(t)$ ,  $\dot{\theta}$  et  $\ddot{\theta}$ .
5. Reproduire le schéma ci-dessus et y indiquer les forces s'exerçant sur  $M$ .
6. Exprimer la tension du câble en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $l(t)$ ,  $\theta$  et  $\dot{\theta}$ .
7. Dans le cadre de petits mouvements ( $\theta \ll 1$ ), montrer que l'équation différentielle vérifiée par  $\theta(t)$  se présente sous la forme canonique suivante :

$$\ddot{\theta} + \frac{2k}{l(t)}\dot{\theta} + \frac{g}{l(t)}\theta = 0$$

On donne ci-dessous l'allure de la courbe  $\theta(t)$ , obtenue après résolution numérique de l'équation différentielle précédente pour  $k = -1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  (remontée du sac de sable),  $\theta_0 = 15^\circ$ ,  $l_0 = 20 \text{ m}$ .

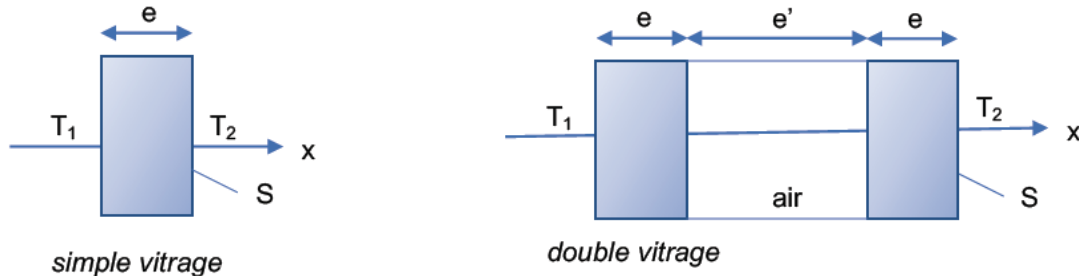


8. Calculer la tension du câble à  $t = 0 \text{ s}$ .
9. A quel instant la tension du câble est-elle maximale ? Commenter.

## C. ISOLATION THERMIQUE PAR DOUBLE VITRAGE

L'isolation thermique de la maison met en jeu des fenêtres à double vitrage. On cherche ici à comparer l'efficacité de l'isolation thermique par simple et par double vitrage.

On considère dans un premier temps, une plaque de verre d'épaisseur  $e = 4$  mm et de conductivité thermique  $\lambda_v = 0,8$  S.I. Les effets de bord seront négligés et on fera une étude unidimensionnelle d'axe ( $Ox$ ) et de vecteur unitaire  $\vec{u}_x$ . La surface de la vitre perpendiculaire à l'axe  $Ox$  est notée  $S$ . On négligera les transferts conducto-convectifs à la surface du verre. On se reportera à la figure ci-dessous à gauche. On suppose  $T_1 > T_2$ .



10. Ecrire la loi de Fourier dans la symétrie du problème étudié en précisant la signification des différentes grandeurs y intervenant. Interpréter le signe figurant dans cette loi.
11. Par analyse dimensionnelle, déterminer l'unité S.I. de la conductivité thermique.
12. On se place en régime permanent. Exprimer le flux thermique  $\Phi$  traversant la vitre en fonction de la différence de température  $\Delta T$  de part et d'autre de la vitre, de  $\lambda_v$  et des paramètres géométriques  $e$  et  $S$ .
13. Rappeler la définition de la résistance thermique  $R_{th}$  d'un matériau et préciser son unité.
14. Etablir l'expression de la résistance thermique  $R_{th}$  d'une fenêtre simple vitrage en fonction de  $\lambda_v$ ,  $e$  et  $S$ . Calculer  $R_{th}$  pour  $S = 4$  m<sup>2</sup>.

On s'intéresse maintenant à l'isolation par double vitrage « 4-16-4 », c'est à dire une vitre d'épaisseur  $e = 4$  mm, séparée par une couche d'air sec d'épaisseur  $e' = 16$  mm d'une deuxième vitre d'épaisseur  $e = 4$  mm (voir figure ci-dessus à droite). La conductivité de l'air sec vaut  $\lambda_a = 0,025$  S.I.

15. Montrer que la résistance thermique  $R'_{th}$  du double vitrage se met sous la forme :  $R'_{th} = R_{th}(2 + \alpha)$  où  $\alpha$  est une constante à exprimer en fonction de  $\lambda_v$ ,  $\lambda_a$ ,  $e$  et  $e'$ . Conclure alors quant à l'efficacité de cette technique d'isolation.

De plus en plus de maisons sont équipées de verres autonettoyants (bioclean de Saint-Gobain par exemple) comportant des particules de dioxyde de titane  $TiO_2$  semi-conducteur. Une lumière de longueur d'onde adéquate permet d'arracher un électron à la couche d'oxyde de titane (en le faisant passer de la bande de valence à la bande de conduction). Ceci induit des phénomènes rédox à la surface du  $TiO_2$  qui agit comme un catalyseur en dégradant les salissures présentes sur le verre par production de radicaux hydroxyles.

La longueur d'onde maximale permettant d'arracher un électron est de 388 nm.

16. Rappeler les deux modèles de description de la lumière et préciser lequel permet d'expliquer l'existence d'une longueur d'onde maximale.
17. Calculer, en eV, l'énergie minimale à fournir pour arracher un électron à la couche d'oxyde de titane.

Données :  $1$  eV =  $1,60 \cdot 10^{-19}$  J ; Constante de Planck :  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  J.s ; célérité de la lumière dans le vide  $c = 3,00 \cdot 10^8$  m.s<sup>-1</sup>.

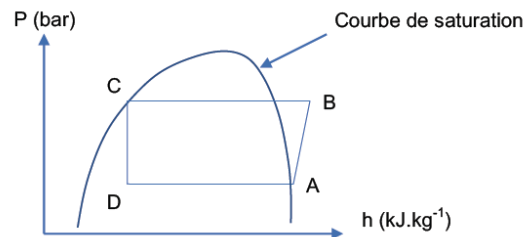
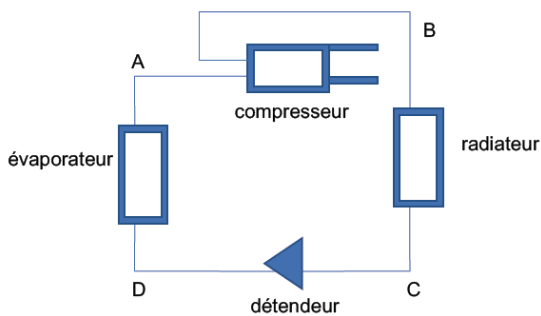
## D. POMPE A CHALEUR

Pour maintenir la température de la maison constante, on utilise une pompe à chaleur qui est une thermopompe à compression utilisant l'ammoniac  $NH_3$  comme vapeur condensable (schéma ci-dessous). Le cycle de transformations subi par le fluide est représenté dans le diagramme de Mollier

(pression  $P$  en bar, en ordonnées et  $h$  enthalpie massique en  $\text{kJ.kg}^{-1}$ , en abscisses). Dans cette machine, le fluide pris à l'état gazeux (vapeur juste saturante à la pression  $P_A$  et à la température  $\theta_A$ ) est comprimé de manière adiabatique jusqu'à l'état B ( $P_B, \theta_B$ ). Il est ensuite refroidi puis entièrement liquéfié à pression constante (état C correspondant au liquide juste saturant, température  $\theta_C$ ) dans un radiateur au contact de l'air de l'habitation. Il traverse ensuite un détendeur où il subit une détente isenthalpique qui ramène sa pression de  $P_B$  à  $P_A$ . Il se trouve alors partiellement liquéfié (état D). Il pénètre alors dans l'évaporateur (source froide) et se vaporise complètement à la pression  $P_A$  jusqu'au point A. L'évaporateur et le radiateur ne possèdent pas de parois mobiles. On se place en régime permanent. Dans les différents organes de la machine, on négligera les variations d'énergie potentielle de pesanteur et d'énergie cinétique.

Les données sont les suivantes :

Etat	Pression $P$ (en bars)	Température $\theta$ (en $^{\circ}\text{C}$ )	Enthalpie massique $h$ ( $\text{kJ.kg}^{-1}$ )
A	3,5	- 5	1760
B	15	?	1980
C	15	38	660
D	3,5	?	?

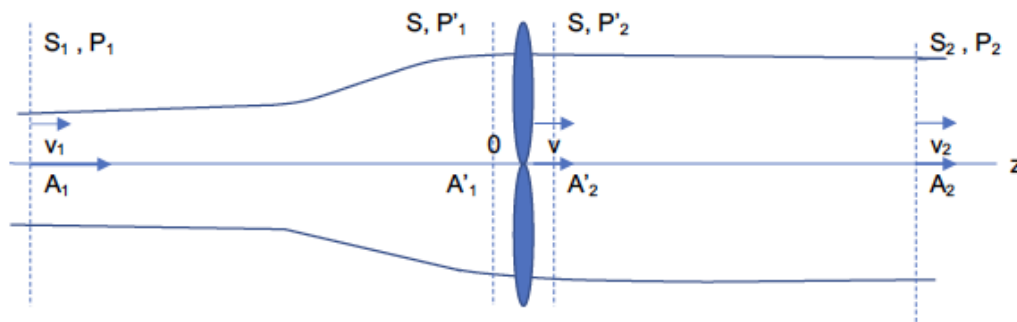


18. Rappeler la définition de la pression de vapeur saturante.
19. Donner la loi de Laplace et rappeler ses conditions d'application. Calculer la température  $\theta_B$  au point B.
20. Reproduire sur la copie le diagramme  $(P, h)$  et indiquer où se situe la courbe de rosée ainsi que la courbe d'ébullition. Préciser l'état physique du système dans les différents domaines. Quelle est la température  $\theta_D$  au point D ?
21. Rappeler l'expression du premier principe sous forme de bilan enthalpique pour les fluides en écoulement permanent (appelé encore premier principe pour les systèmes ouverts ou encore « premier principe industriel ») en précisant la signification physique des différents termes et appliquer dans le contexte étudié.
22. Déterminer les variations d'enthalpie du système au sein de chaque organe de la pompe à chaleur.
23. Sachant que le maintien de la température dans la maison impose une puissance de chauffage  $\mathcal{P}_{th} = 10 \text{ kW}$ , déterminer le débit massique  $D_m$  d'ammoniac nécessaire.
24. Calculer sur un cycle, la puissance mécanique  $\mathcal{P}_m = \frac{\delta W}{dt}$  reçue par le fluide.
25. Expliquer à partir d'un schéma où l'on symbolisera la pompe à chaleur et les sources de chaleur chaude et froide, les échanges d'énergie  $Q_c$  avec la source chaude,  $Q_f$  avec la source froide et  $W$  le travail échangé. Préciser le signe de ses différentes grandeurs.
26. Définir puis calculer l'efficacité  $e$  de la pompe à chaleur.

27. Etablir l'inégalité de Clausius.
28. Montrer que l'efficacité de la pompe à chaleur est inférieure à une valeur maximale  $e_{\max}$  que l'on calculera.

## E. ETUDE DU RENDEMENT D'UNE EOLIENNE

La demande énergétique domestique va augmenter suivant les prévisions, de 50 % d'ici à 2050. Ceci est lié à l'électrification croissante des habitats (augmentation du nombre d'appareils électriques, mise en place de bornes pour recharger les voitures électriques...). Il s'agit donc d'augmenter la production d'électricité en développant les différentes sources d'électricité possibles dont l'éolien qui produit aujourd'hui environ 6% de la consommation nationale. On s'intéresse dans cette partie à l'étude du rendement d'une éolienne. On rappelle qu'une éolienne est un dispositif qui transforme l'énergie cinétique du vent en énergie mécanique, le plus souvent transformée ensuite en énergie électrique. L'éolienne de surface  $S$  est située à l'origine  $O$  d'un axe  $Oz$  horizontal. La figure ci-dessous montre l'écoulement d'air de part et d'autre de l'éolienne :



On note  $v_1$  et  $v_2$  la vitesse du vent en amont et en aval de l'éolienne. On suppose également que la pression est égale à la pression atmosphérique  $P_0$  sur ces deux surfaces  $S_1$  et  $S_2$  :  $P_1 = P_2 = P_0$ . On se place dans les conditions d'application de la relation de Bernoulli. On note  $\rho$  la masse volumique de l'air.

29. Rappeler la relation de Bernoulli et ses hypothèses d'application.

On considère une ligne de courant où figure quatre points :  $A_1$  loin de l'éolienne en amont,  $A'_1$  immédiatement avant l'éolienne,  $A'_2$  immédiatement après et  $A_2$  loin de l'éolienne en aval.

30. Justifier, à l'aide de la conservation du débit volumique qu'il ne peut y avoir de discontinuité de la vitesse au niveau de l'éolienne. On notera  $v$  cette vitesse.

C'est donc une discontinuité de pression de part et d'autre de l'éolienne qui permet son fonctionnement.

31. Ecrire la relation de Bernoulli entre  $A_1$  et  $A'_1$  puis entre  $A'_2$  et  $A_2$ . Pourquoi ne peut-on pas écrire la relation de Bernoulli entre les points  $A'_1$  et  $A'_2$  ?
32. En déduire l'expression de la différence de pression  $P'_1 - P'_2$  en fonction de  $\rho$ ,  $v_1$  et  $v_2$ .
33. La force exercée par le vent sur les pâles de l'éolienne vaut  $F = (P'_1 - P'_2).S$ . En déduire la puissance  $\mathcal{P}$  développée par cette force sur les pâles.
34. On peut montrer que  $v = \frac{1}{2} (v_1 + v_2)$ . En déduire une nouvelle expression de  $\mathcal{P}$  en fonction de  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $S$  et  $\rho$ .

On définit le rendement  $r$  de l'éolienne comme le rapport entre la puissance  $\mathcal{P}$  précédente et la puissance de l'énergie cinétique du vent  $\mathcal{P}_{cin,1}$  (non perturbé par la présence de l'éolienne, de vitesse  $v_1$ , de débit massique  $D_{m,1}$  et traversant  $S$ ) :  $r = \frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_{cin,1}}$ .

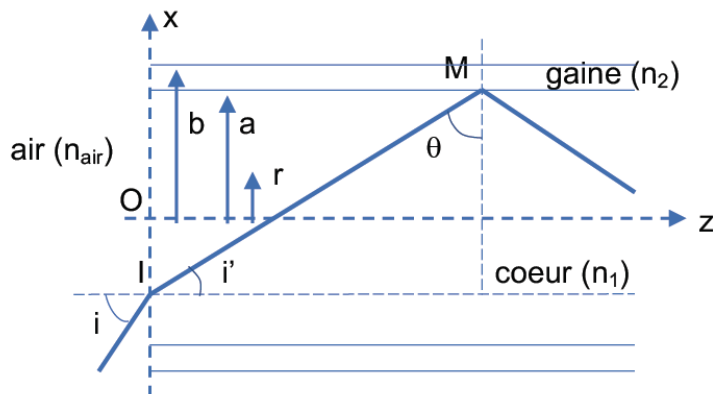
35. Exprimer l'énergie cinétique élémentaire  $dE_{c,1}$  d'une particule de fluide de vitesse  $v_1$  et de masse élémentaire  $dm$ .

36. En déduire l'expression de  $\mathcal{P}_{cin,1} = \frac{dE_{c,1}}{dt}$  en fonction de  $D_{m,1}$  et  $v_1$  puis en fonction de  $v_1$ ,  $S$  et  $\rho$ .
37. En déduire que le rendement de l'éolienne s'écrit :  $r = \frac{1}{2}(1 - x^2)(1 + x)$  avec  $x = \frac{v_2}{v_1}$ .
38. Déterminer la valeur  $x_{max}$  conduisant au rendement maximal puis calculer le rendement maximal  $r_{max}$ .

## F. ETUDE D'UNE FIBRE OPTIQUE

Grâce à sa simplicité d'installation, sa discrétion et sa fiabilité, la fibre optique apparaît de plus en plus dans les habitations pour la transmission de données numériques. On étudie ci-dessous une fibre optique à « saut d'indice » constituée d'un cœur cylindrique en silice de rayon  $a$  et d'indice  $n_1$ , entouré d'une gaine en silicone d'indice  $n_2$  et de rayon extérieur  $b$ . Les faces d'entrée et de sortie sont perpendiculaires au cylindre d'axe  $Oz$  formé par la fibre. L'ensemble, en particulier la face d'entrée, est en contact avec l'air d'indice  $n_{air} = 1,0$ .

On considère un rayon incident sur le cœur et contenu dans le plan  $Oxz$  (voir figure ci-dessous). On note  $i$  l'angle d'incidence.



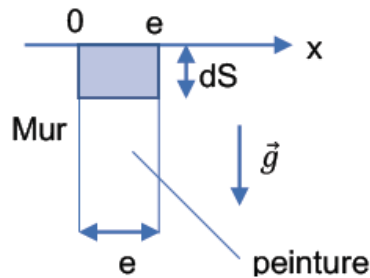
39. Quel est le phénomène physique se produisant en I ? Quel est celui se produisant en M ? Poursuivre sur votre copie le tracé du rayon lumineux dans la fibre.
40. Énoncer les lois de la réfraction de Snell-Descartes. On s'appuiera de même sur un schéma définissant les différentes grandeurs.
41. À quelles conditions un rayon lumineux subit-il une réflexion totale sur un dioptré séparant un milieu incident d'indice  $n_1$  et un milieu d'indice  $n_2$  ? Il est attendu une condition concernant les indices optiques et une autre concernant l'angle d'incidence.
42. Déterminer en fonction de  $n_1$  et  $n_2$  la condition sur l'angle  $i$  pour que le rayon ait une propagation guidée dans le cœur ?
43. On appelle ouverture numérique du guide ( $O.N.$ ) la quantité  $O.N. = \sin i_{max}$  où  $i_{max}$  est la valeur maximale de l'angle  $i$ . Exprimer  $O.N.$  en fonction de  $n_1$  et  $n_2$ .
44. Calculer  $i_{max}$  et  $O.N.$  pour  $n_1 = 1,456$  et  $n_2 = 1,410$ .
45. On considère dans cette question une fibre à gradient d'indice « parabolique » : dans le cœur, l'indice varie suivant la loi  $n(r) = \left(n_1 - (n_1 - n_2)\frac{r^2}{a^2}\right)$ ,  $r$  étant la distance d'un point du cœur à l'axe  $Oz$ . Tracer schématiquement et en justifiant, le rayon lumineux dans le cœur. On pourra considérer le cœur comme un empilement de couronnes concentriques d'indice lentement variable.

## G. ECOULEMENT DE LA PEINTURE SUR UN MUR

On cherche à peindre les murs d'une pièce rectangulaire de la maison de dimension longueur 6 m × largeur 4 m × hauteur 2,5 m avec 2 couches d'une peinture dont le pouvoir couvrant vaut 12 m<sup>2</sup> pour un litre de peinture.

46. Quel est le nombre de pots de peinture de volume 1,5 L nécessaires ?
47. Déterminer l'épaisseur de la couche de peinture déposée pour une couche de peinture appliquée.

La peinture est assimilée à un fluide de viscosité dynamique  $\eta = 0,12 \text{ P}\ell$  et de masse volumique  $\rho = 1,2 \text{ kg}\cdot\text{L}^{-1}$ . On s'intéresse ici à la résistance de la peinture aux coulures. On considère une couche de peinture d'épaisseur  $e$  appliquée sur un mur vertical. L'écoulement est modélisé par un écoulement Couette plan de gradient de vitesse égale à  $10 \text{ s}^{-1}$ . On travaille sur une particule fluide définie entre  $x = 0$  et  $x = e$  et de surface  $dS$ . On note  $g$  l'accélération de la pesanteur. On donne  $e = 0,080 \text{ mm}$ .



48. Préciser l'unité S.I. de la viscosité dynamique.
49. Calculer la vitesse de l'écoulement à l'interface peinture/air.
50. Définir puis calculer le nombre de Reynolds pour le problème étudié et conclure sur la nature de l'écoulement
51. Exprimer la contrainte  $\sigma$  exercée par la force de pesanteur sur la particule fluide en fonction de  $\rho$ ,  $e$  et  $g$ . En supposant que la peinture n'offre pas de résistance aux coulures, exprimer le gradient de vitesse  $\dot{\gamma} = \frac{dv}{dx}$  lié aux coulures. On constate que lors du séchage qui suit l'application aux murs, la viscosité de la peinture augmente. Quel est l'intérêt ?

La peinture présente en fait une résistance aux coulures et se comporte comme un fluide à seuil de Bingham : tant que la contrainte  $\sigma$  appliquée à la peinture est inférieure à une contrainte seuil  $\sigma_S > 0$ , celle-ci ne s'écoule pas ; si la contrainte dépasse  $\sigma_S$ , la peinture a un comportement de fluide visqueux newtonien. On a :

$$\begin{cases} \sigma < \sigma_S : \frac{dv}{dx} = 0 \\ \sigma > \sigma_S : \sigma = \sigma_S + \eta \frac{dv}{dx} \end{cases}$$

52. Représenter graphiquement la contrainte  $\sigma$  en fonction du gradient de vitesse  $\dot{\gamma}$ .
53. Dans l'exemple étudié ici, déterminer la contrainte seuil minimale  $\sigma_{S,min}$  pour laquelle il n'y a pas de coulures.
54. Calculer  $\sigma_{S,min}$  pour  $e = 0,080 \text{ mm}$  et  $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  et  $\rho = 1,2 \cdot 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ .

## **ERRATUM – SUJET DE PHYSIQUE G2E**

### **Introduction au sujet**

Dans ce sujet, nous nous intéressons à des problèmes physiques liés à l'habitat, depuis sa construction jusqu'aux travaux d'aménagement. Après avoir étudié le mouvement d'un sac de sable lors d'une chute (partie A) et son mouvement pendulaire (partie B), nous nous intéressons à l'isolation par double vitrage (partie C), puis à l'étude d'une pompe à chaleur (partie D). La partie E traite du rendement d'une éolienne alors que la partie F étudie une fibre optique. La partie G est consacrée à l'écoulement de peinture sur un mur. Les parties sont indépendantes.

### **D- POMPE A CHALEUR**

Le cycle de transformations subi par le fluide est représenté dans le diagramme des frigoristes.

**Question 19** : on donne  $\gamma = 1,33$  pour l'ammoniac.